FONCTION AFFINE

Objectifs :

- Déterminer par le calcul l'image et l'antécédent d'un nombre donné dans une fonction affine.
- Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.
- Représenter graphiquement une fonction affine.
- Lire la représentation graphique d'une fonction affine (image, antécédent, coefficient directeur, ordonnée à l'origine).

I) DEFINITION ET NOTATION

a) Définition

Une **fonction affine *f*** est un procédé qui, à un nombre ***x*,** associe le nombre ***ax* + *b***, où *a* et *b* sont des nombres donnés.
On note : $f : x \mapsto ax + b$ ou $f(x) = ax + b$
Le nombre $f(x)$ est appelé l'image de x par la fonction f.

Exemple : La fonction qui, à un nombre x, associe son triple augmenté de 5 est une fonction affine notée $f : x \mapsto 3x + 5$ ou $f(x) = 3x + 5$.
L'image du nombre 2 par cette fonction est notée $f(2)$ et vaut $f(2) = 3\times2 + 5 = 6 + 5 = 11$.

b) Tableau de valeurs

On peut regrouper les images de certains nombres par la fonction affine f définie par $f(x)=2x+3$.
On obtient alors un tableau de valeurs.

x	- 4	- 3	- 1	0	1	$\frac{5}{4}$
$f(x)$	- 5	- 3	1	3	5	$\frac{11}{2}$

Il s'établit en calculant les images de chaque valeur de x par la fonction f.

$f(-4)=2\times(-4)+3=-8+3=-5$

$f(-3)=2\times(-3)+3=-6+3=-3$

$f(0)=2\times0+3=3$

$f\left(\frac{5}{4}\right)=2\times\frac{5}{4}+3=\frac{5}{2}+3=\frac{5+6}{2}=\frac{11}{2}$

c) Cas particuliers

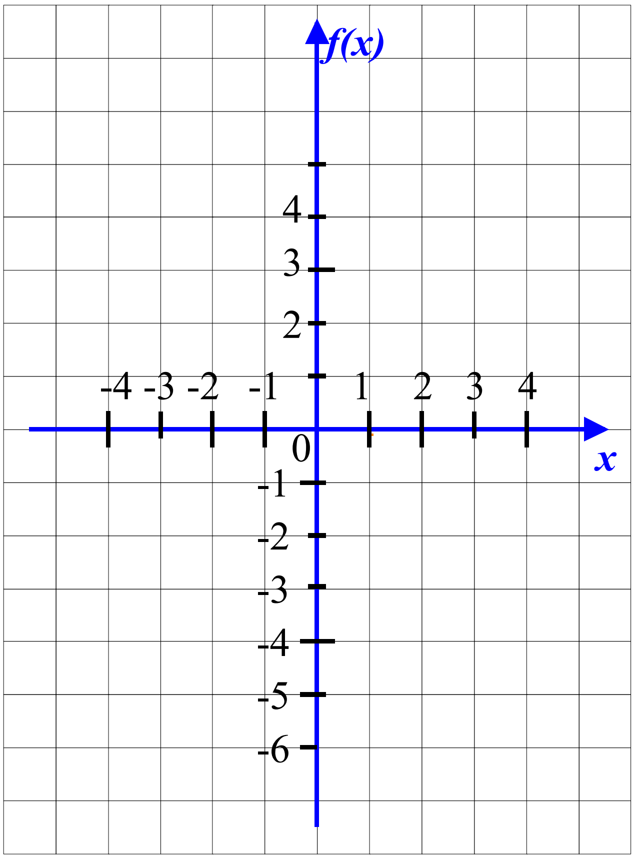
La fonction linéaire définie par $f(x)=ax$ est une fonction affine pour laquelle $b = 0$.
En effet, $f(x)=ax+0$.
La fonction constante définie par $f(x)=b$ est une fonction affine pour laquelle $a = 0$.
En effet, $f(x)=0x+b$.

Exemples :
$f(x)=4x$ *est une fonction linéaire.*
$f(x)=5$ *est une fonction constante.*

II) REPRESENTATION GRAPHIQUE

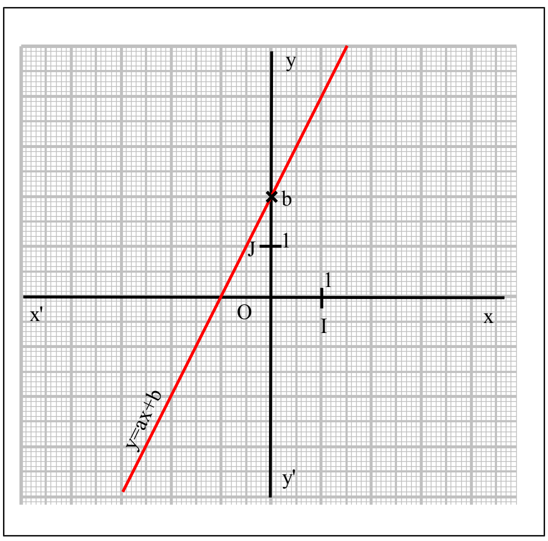
> Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine ax+b est **une droite.**
> Cette droite est parallèle à la droite qui représente la fonction linéaire ax et passe par le point de coordonnées (0 ; b)

Exemple :

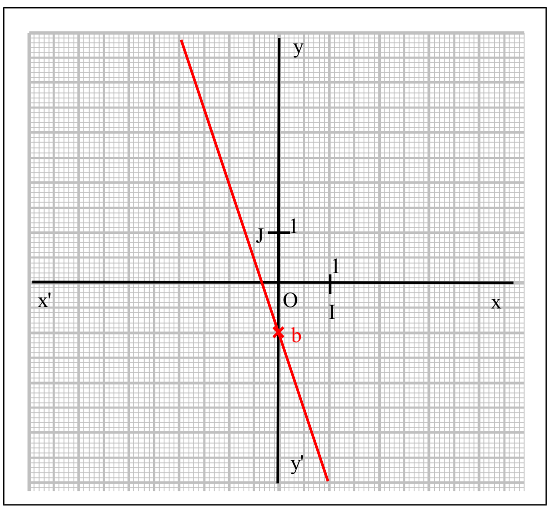


Cas général :

La représentation graphique d'une fonction affine définie par $f(x)=ax+b$ est une droite d'équation $y=ax+b$,
où a est le coefficient directeur de la droite,
et b est l'ordonnée à l'origine.



$f(x)=ax+b$ avec $a > 0$



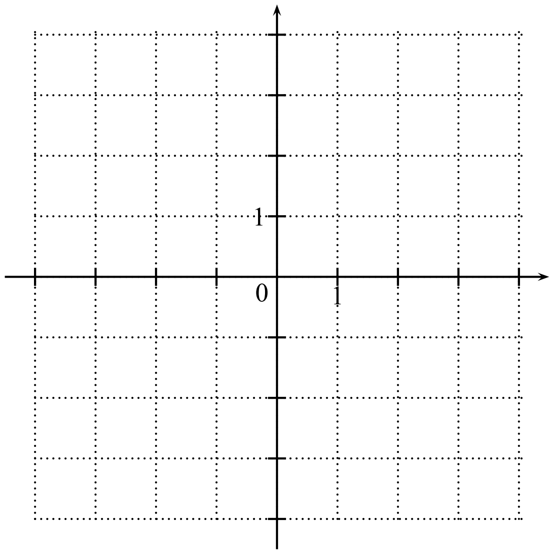
$f(x)=ax+b$ avec $a < 0$

Exemple 1: Représenter graphiquement une fonction affine en utilisant un **tableau de valeurs** :

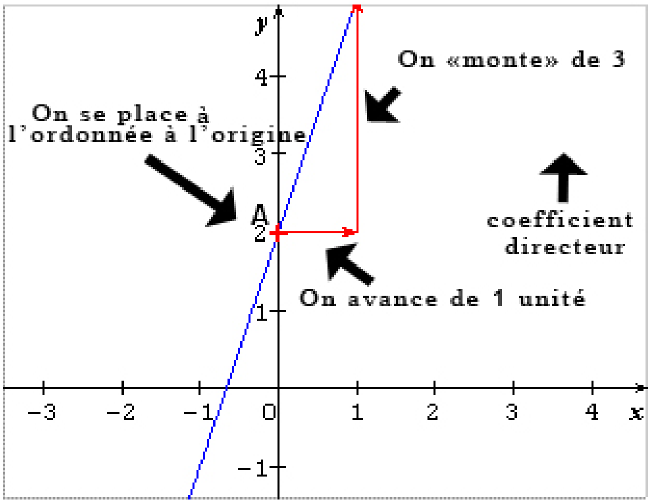
C1 : f(x) = x + 1

C_2 : f(x) = 2

C_3 : f(x) = −3x − 2



Exemple 2: Représenter graphiquement une fonction affine en utilisant le **coefficient directeur** et **l'ordonnée à l'origine** :



La droite a donc pour équation y = 3x + 2.

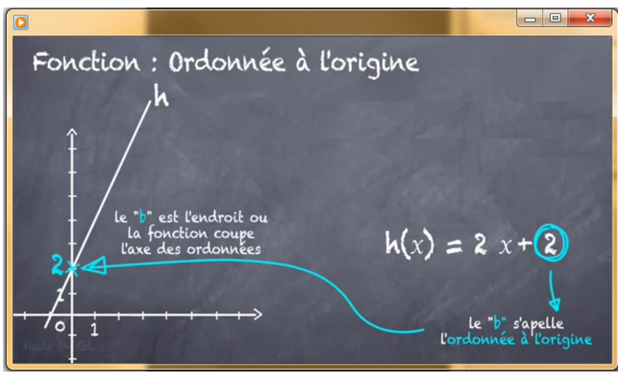
Tracer dans le repère ci-contre les droites D' et D'' d'équations :

y = x + 1 et y = -x + 3

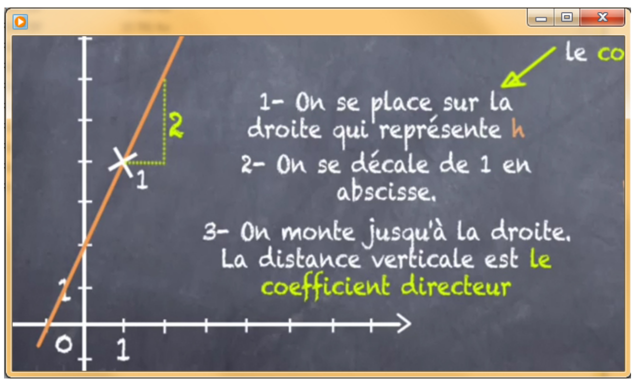
III) DETERMINER UNE FONCTION AFFINE

1 Graphiquement :

On procède à une lecture de l'ordonnée à l'origine et du coefficient directeur.
Vidéos à l'appui :



https://youtu.be/iX6LklqqPXI



https://youtu.be/ni1cSNtLgWY

2 Par le calcul :

Exemple Trouvez l'équation de la droite passant par le point $A(-1 ; 2)$ et de coefficient directeur 3.